

تیوری احتمالات

برای
صنف سوم ریاضی و فزیک

مؤلف
پوهندوی غلام سنائی

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
هشت	یادآوری
۱	تقریظ
۳	تقریظ
۵	تقریظ
۶	پیشگفتار
۸	مقدمه
۱۱	فصل اول: تیوری ترکیبات
۱۱	پرنسیپهای تیوری ترکیبات
۱۱	پرنسیپ حاصل ضرب
۱۲	پرنسیپ حاصل جمع
۲۶	مثلت پاسکال فورمول نیوتن
۲۷	فورمول نیوتن
۳۳	فصل دوم: مفهوم اساسی تیوری احتمال، حوادث تصادفی (اتفاقی)
۳۴	مفهوم حوادث تصادفی (اتفاقی) و احتمال حوادث، تعریف کلاسیکی احتمال
۳۴	حوادث تصادفی (اتفاقی)
۳۵	گروپ مکمل حادثه
۴۰	حاصل جمع و حاصل ضرب احتمال رخ دادن حوادث
۴۳	حوادث مستقل و غیرمستقل

صفحه	عنوان
۵۰	فصل سوم: اندازه‌های تصادفی، مشخصات و قانون بخش آنها
۵۰	مفهوم اندازه‌های تصادفی
۵۱	مشخصات اندازه تصادفی
۵۲	تابع بخش انتگرالی
۵۲	تعریف دقیق اندازه تصادفی
۵۲	خواص تابع بخش
۶۳	مشخصه عددی قانون بخشها
۶۴	امید ریاضی اندازه تصادفی متمایز
۷۲	امید ریاضی اندازه تصادفی متمادی
۷۳	پراکندگی اندازه تصادفی متمایز
۷۹	پراکندگی اندازه تصادفی متمادی
۸۹	بعضی قوانین بخش اندازه‌های تصادفی
۸۹	۱. قانون بخش برنولی (بینوم)
۹۲	۲. بخش مساوی
۹۳	۳. قانون بخش نارملی (گاوس)
۱۰۱	فصل چهارم: مفهوم اساسی احصائیه ریاضی
۱۰۱	عناصر احصائیه ریاضی نخستین احصائیه ریاضی
۱۰۲	انتخاب تصادفی تکراری و غیر تکراری
۱۰۳	انتخاب میخانیکی
۱۰۳	انتخاب نمونه‌ای
۱۰۳	انتخاب سلسله‌ای
۱۰۴	بخش احصائیوی انتخاب، احتمال نظری و ترسیم گرافیکی آن
۱۰۵	تابع بخش تجربی
۱۱۰	علامه‌های عددی کلی و انتخابی بخش
۱۱۱	اواسط انتخاب
۱۱۳	پراکندگی انتخاب

صفحه	عنوان
۱۱۶	بخش اندازه تصادفی همزمان، بخش شرطی و غیرشرطی، اندازه ...
۱۱۸	مفهوم ارتباط باهمی (regression و correlation)
۱۲۰	دریافت معادلات regr انتخابی به طریقه کوچکترین مربعات
۱۲۸	مآخذ

یادآوری

چاپ آثار پژوهشی استادان در گسترش فعالیتهای علمی پوهنتونها نقشی درخور اهمیت دارد، ولی با تأسف بیشتر از یک دهه است که با انهدام چاپخانه وزارت تحصیلات عالی، آثار تحقیقاتی دستنویس استادان بر روی دستشان مانده است. طبیعی است که چنین پیشامدی تلخ، از اشتیاق استادان در پرداختن به امور پژوهشی می‌کاهد. برای رشد خلاقیت و ارتقای کمی و کیفی فعالیتهای علمی باید زمینه چاپ و انتشار دستاوردهای علمی فراهم شود. خوشبختانه جمهوری اسلامی ایران در این مرحله از بازسازی افغانستان، در کنار سایر همکارها وعده چاپ بیست عنوان اثر علمی استادان را داده است. برآورده شدن این وعده از یک سو آغازی است برای تشویق استادان پژوهشگر و از دیگر سو کمکی است برای محصلین در استفاده بهتر از اندوخته‌های علمی استادان.

وزارت تحصیلات عالی افغانستان در حالی که از این همکاری شایسته و بموقع جمهوری اسلامی ایران قدردانی می‌کند، همکاریهایی از این گونه را در توسعه هر چه بیشتر مناسبات فرهنگی دو کشور سودمند و ستایش‌انگیز می‌داند!

احمد ضیا رفعت

رییس نشرات وزارت تحصیلات عالی افغانستان

۱۳۸۲/۳/۱ کابل

تقریظ

کتاب تیوری احتمالات که مطابق به پلان تعلیمی پوهنتون تعلیم و تربیه توسط نویسنده آن تحریر گردیده است شامل چهار فصل بوده. فصل اول شامل تیوری ترکیبات (ترتیب، تبدیل، ترکیب) توسعه بینوم و با استفاده از تیوری ترکیبات برای ارایه مثلث پاسکال. فصل دوم حاوی احتمال کلاسیکی، حاصل جمع و حاصل ضرب احتمال تصادفی و احتمالهای شرطی و غیرشرطی. فصل سوم اختصاص دارد به اندازه تصادفی و مشخصات اندازه تصادفی مانند قانون بخش، تابع بخش، کثافت بخش و مشخصه‌های عددی اندازه تصادفی یعنی مود، میانه، امید ریاضی، پراکندگی و انحراف معیاری را شامل است. قسمت اخیر آن را احصائیه ریاضی تشکیل داده که مطلب دلچسپ در آن رابطه $correlation$ و $regression$ است که با استفاده از تیوری مربعات کوچکترین توضیح شده است.

باید متذکر شد که علت و انگیزه تحریر کتاب ضرورت دیپارتمنت ریاضی انستیتوت پیداگوزی کابل می‌باشد - که نویسنده آن در تحریر کتاب از منابع خوب داخلی و خارجی استفاده لازم و معقول نموده است.

کتاب مذکور نه تنها برای محصلان پوهنتون تعلیم و تربیه ضروری و مفید تلقی می‌شود، بلکه تمام علاقه‌مندان ریاضی و محصلان سایر مؤسسات تحصیلی، معلمان مکاتب نیز می‌توانند برای ارتقاء سطح دانش علمی و تیوریتیکی شان از آن مستفید شوند.

باید خاطر نشان ساخت، که محترم پوهندوی غلام سنائی در تهیه و تألیف این کتاب سعی و کوشش زیاد به خرج داده است. مطالب و موضوعات را با جملات

سلیس و روان و با حل مثالهای خوب توضیحی و دلچسپ ساخته است. این جانب به حیث استاد رهنما تحریر کتاب مذکور را یک اثر خوب علمی دانسته و آن را جهت ارتقاء رتبه علمی از رتبه پوهندوی به رتبه علمی پوهنوالی کافی می دانم. امیدوارم از امتیازات آن برخوردار گردد.

با احترام

پوهاند داکتر سید قیوم شاه (باور)

استاد ریاضیات پوهنحئ ساینس پوهنتون کابل

تقریظ

کتاب تیوری احتمالات را که توسط محترم پوهندوی غلام سنائی تألیف گردیده به دقت مطالعه نمودم. کتاب متذکره که در چهار فصل ترتیب شده حاوی مقدمه، فهرست مندرجات، مأخذ، اصطلاحات بوده با پروگرام درسی مضمون تیوری احتمالات تطابق کامل دارد.

در فصل اول کتاب مطالبی چون تیوری ترکیبات، پرنسپهای تیوری ترکیبات (پرنسپ حاصل جمع و حاصل ضرب)، ترتیب، تبدیل و ترکیب، مثلث پاسکال و فورمول نیوتن گنجانیده شده است. در فصل دوم موضوعات مفهوم اساسی تیوری احتمال، حوادث تصادفی (اتفاقی)، حاصل جمع و حاصل ضرب احتمال، احتمال رخدهی حوادث و احتمال شرطی و غیرشرطی شامل می‌باشد. فصل سوم به موضوعات مفهوم اندازه‌های تصادفی، مشخصه عددی قانون بخشها، امید ریاضی و پراکندگی اندازه تصادفی و بعضی قوانین بخش اندازه‌های تصادفی اختصاص یافته است. فصل چهارم حاوی موضوعات مفهوم اساسی احصائیه ریاضی، عناصر احصائیه ریاضی، نخستین مسأله احصائیه ریاضی، بخش احصائیه‌ی انتخاب، احتمال نظری و ترسیم گرافیکی آن، علامه‌های عددی کلی و انتخابی بخش، بخش اندازه تصادفی همزمان، بخش شرطی و غیرشرطی و مفهوم ارتباط باهمی regression و correlation می‌باشد.

کتاب محترم پوهندوی غلام سنائی مطابق مقررات تألیف و ترجمه انستیتوت پیداگوژی تحریر گردیده و کمبود دیپارتمنت ریاضی انستیتوت مذکور به کتاب درسی

مرفوع می‌سازد، مزید بر آن به لسان دری بسیار سلیس و روان تحریر شده که محصلین می‌توانند به سهولت از آن استفاده نمایند. در قسمتهای مختلف متن مثالهای توضیحی ارائه گردیده و تمرینات در آخر هر فصل گنجانیده شده است. کتاب مذکور نه تنها برای محصلین انستیتوت پیداگوژی مفید است بلکه علاقه‌مندان تیوری احتمال نیز می‌توانند از آن مستفید گردند.

با ذکر مطالب فوق اینجانب کتاب تیوری احتمالات تألیف محترم غلام سنائی را منحیث یک اثر اصلی جهت ترفیع به رتبه علمی پوهنوالی کافی دانسته ترفیع موصوف را به این رتبه پیشنهاد می‌نمایم.

با احترام

پوهاند عبدالواحد ضیاء

استاد و آمر دیپارتمنت انجنیری برق و الکترونیک

پوهنحی انجنیری پوهنتون کابل

تقریظ

کتاب درسی تیوری احتمالات که مطابق به پلان تعلیمی انستیتوت پیداگوژی توسط محترم پوهندوی غلام سنائی تحریر گردیده است شامل چهار فصل است. در فصل اول کتاب مطالب تیوری ترکیبات، پرنسپهای تیوری ترکیبات، ترتیب، تبدیل، ترکیب و توسعه بینوم گنجانیده شده است. در فصل دوم موضوعات اساسی تیوری احتمال حوادث تصادفی حاصل جمع و حاصل ضرب احتمال، احتمال شرطی و غیر شرطی شامل است. فصل سوم مفهوم اندازه‌های تصادفی مشخصه‌های عددی چون امید ریاضی پراکندگی، مود، میانه و انحراف معیاری اختصاص یافته است. فصل چهارم حاوی مفهوم احصائیه ریاضی بخش احصائیوی انتخاب، احتمال نظری، علامه‌های عددی و از همه مهمتر موضوع دلچسپ عبارت از ارتباط باهمی correlation و regression می‌باشد.

علت و انگیزه تحریر کتاب ضرورت دیپارتمنت ریاضی پوهنحی علوم طبیعی پوهنتون تعلیم و تربیه کابل می‌باشد. کتاب درسی مذکور نه تنها برای محصلان پوهنتون تعلیم و تربیه ضروری و مفید می‌باشد، بلکه علاقه‌مندان تیوری احتمال و سایر مؤسسات تحصیلی معلمان مکاتب نیز می‌توانند برای بلند بردن سطح دانش خویش از آن مستفید گردند.

به نظر اینجانب کتاب تیوری احتمالات که توسط نویسنده آن تحریر گردیده یک اثر خوب جهت ارتقاء رتبه علمی از رتبه علمی پوهندوی به رتبه علمی پوهنوالی می‌دانم.

با احترام

پوهاند بسم الله (نزهدت)

استاد فزیک نظری انستیتوت پولیتخنیک کابل

پیشگفتار

مضمون درسی تحت عنوان تیوری احتمالات در پهلوی سایر مضامین در پلان تحصیلی پوهنتون تعلیم و تربیه جای باارزش و مهم را اشغال نموده است. بنا بر ضرورت مبرم دیپارتمنت ریاضی به صورت مشخص وظیفه گرفتم تا کتابی تحت عنوان تیوری احتمالات را تهیه و تألیف نموده به دسترس دیپارتمنت قرار بدهم.

همان بود که مطابق مفردات درسی در تهیه و تألیف آن اقدام نمودم. در تحریر این اثر از منابع معتبر داخلی و خارجی مطابق نورم کتاب نویسی استفاده نموده ام و با ابراز امتنان از مشوره های محترم پوهاند داکتر سید قیوم شاه (باور) استاد پوهنحی ساینس پوهنتون کابل مستفیذ گردیدم.

این اثر حاوی چهار فصل می باشد: در فصل اول آن تیوری ترکیبات (ترتیب، تبدیل، ترکیب) و استفاده از تیوری ترکیب برای توضیح مثلث پاسکال و بسینوم نیوتن؛ در فصل دوم احتمال کلاسیکی حاصل جمع و حاصل ضرب احتمال، احتمال شرطی و غیر شرطی؛ در فصل سوم اندازه تصادفی مشخصات، اندازه تصادفی مانند قانون بخش، کثافت بخش، تابع بخش، امید ریاضی و پراکنندگی ریاضی قانون برنولی، قانون نارملی (گاوس)، قانون مساوی و فصل چهارم مشتمل است بر احصائیه ریاضی و استعمال مربعات کوچکترین برای دریافت فورمول خطی correlation.

اینجانب غلام سنائی بر راهنمائیهای فراموش ناشدنی پوهاند داکتر سید قیوم

پیشگفتار ۷

شاه (باور) از استاد محترم پوهنیار ساینس که در اصلاح دری آن در تهیه این کتاب با من همکاری نموده‌اند و همچنان از محترم محمد رفیع (کریمی) که در تایپ اثر سعی و تلاش زیاد به خرج داده‌اند سپاسگزارم.

با احترام

پوهندوی غلام سنائی

استاد دیپارتمنت ریاضی انستیتوت پیداگوژی کابل

مقدمه

لازم و تصادف

۱. چون روشها و مسایل و نتایج هر علم به تدریج ضمن مطالعه آن آشکار می شود از این رو در آغاز تعریف دقیق موضوع یک علم کاری است دشوار، ولی به طوری که «تیوری احتمال» را می توان چنین تعریف کرد:

تیوری احتمال قسمتی از ریاضیات عملی است که درباره آثار (تصادف) گفتگو می کند. در این تعریف ما به کلمه تصادف برمی خوریم که اغلب در مکالمات روزانه بدون آنکه معنای دقیق آن معلوم باشد به کار می رود برای آنکه معنای این کلمه روشن تر شود اول سعی می کنم معنای کلمه مخالف آن یعنی لازم را بیان کنم. لازم ممکن است منطقی یا فیزیکی باشد مثلاً اگر اصول متعارف هندسه اقلیدوس را بپذیریم جمله «مجموع زوایای داخلی یک مثلث متساوی ۱۸۰ درجه است» مبین یک لازم منطقی می باشد زیرا اگر نتیجه مقدماتی را قبول کرده ایم منکر شویم برخلاف قانون منطقی تناقض رفتار نموده ایم. با این جمله ها منظور از لزوم فیزیکی آشکار می شود:

اگر یک جسم را رها کنیم بالای زمین سقوط می کند و هرگاه آب را به اندازه کافی حرارت دهیم به جوش می آید باید گفت که با لازم منطقی یک نوع نیست چه لزوم با ساختمان فکری ما امریت مطلق در صورتی که لزوم فیزیکی تنها نتیجه ای از قیاسهای مکرر است.

۲. از آنچه گذشت مفهوم کلمه لازم تا اندازه ای برای ما روشن گشت. اکنون با مقایسه با آن برخ صور مشخص مفهوم (تصادف) را آشکار می کنیم.

تصادف عبارت است از نفی لازم. این بیان بسیار مهم را با چند مثال بهتر درک

می‌کنیم اگر تاسی را روی میزی بیندازیم یقین داریم که یکی از شش سطح آن در بالا قرار خواهد گرفت اما نمی‌توان پیش‌بینی کرد که کدام سطح آن ظاهر می‌شود زیرا از پیشامد به آنچه ما تصادف نامیدیم بستگی دارد. اکنون می‌گوییم که در عمل انداختن تاس شروطی وجود دارد که از آنها آگاه هستیم.

چون می‌دانیم که شکل تاس تقریباً مکعب است بر علاوه ماده که از آن تاس ساخته می‌شود ممکن است همجنس باشد. علاوه بر این شروط معلوم عواملی وجود دارد که در حرکت تاس مؤثر بوده که نمی‌توانیم به هیچ وجه از آنها اطلاعی داشته باشیم. نخستین این عوامل وضع اولیه تاس و سرعت اولیه است که دست‌بازی‌کننده به آن داده است.

مثال دیگر: اگر (n) مهره سفید و (n) مهره سیاه را که از هر حیث جز از لحاظ رنگ یکسان باشند را با هم مخلوط کنیم و چشم را بسته یکی از آنها را بیرون کنیم یقین است که رنگ آن مهره سفید و یا سیاه خواهد بود ولی نمی‌توان رنگ این مهره را که به تصادف بستگی دارد پیش‌بینی کرد. در این مثال نیز یک دسته شروط معلوم داریم، یعنی می‌دانیم شماره مهره‌های سفید و سیاه برابر بوده تنها از لحاظ رنگ با یکدیگر متفاوت می‌باشند، ولی نتیجه نهائی بستگی به شرط دیگر دارد که به کلی از حیطة اطلاع ما بیرون هستند. این موضوع به اثبات رسیده است که شماره متولدین و متوفیان و انتحار و... در یک کشور که شروط زندگی‌شان تقریباً ثابت است به تمام جمعیت آن کشور در مدت بالنسبه کوتاه دارای شکل ثابت نبوده در ساحه کوچک نوسان می‌کند پس شماره این وقایع در یک سال به هیچوجه قابل پیش‌بینی نبوده بلکه به تصادف بستگی دارد.

۳. مفهوم (لازم) با مفهوم (یقین) بستگی دارد. این نکته که هر کس بالاخره خواهد مرد مربوط به یک موضوع یقین است. به همین طریق مفهوم تصادف با مفهوم احتمال وابسته است. در مکالمات عادی کلمه محتمل در مواد متفاوت با معنای کم یا بیش مختلف به کار می‌رود.

مثلاً وقتی می‌گوییم (فرداً احتمالاً باران خواهد بارید) منظور ما آن است که

علایم باران بیش از علایم هوای آفتابی می‌باشد. از سوی دیگر وقتی می‌گوییم احتمال صحت این خبر کم است لفظ احتمال به معنای اطمینان به کار می‌رود.

پس معلوم می‌شود که احتمال مفهومی است سنجش پذیر اما تنها به همان اندازه و همان کیفیت که میزان درد فرورفتن سوزن در بدن سنجش پذیر می‌باشد ولی نکته جالب دقت آن است که مردم اغلب احتمال را به طریق غیرعلمی یا عدد نمایش می‌دهند. مثلاً در خبرهای ورزشی روزنامه‌ها می‌بینیم که در اسپ‌دوانی احتمال برد دویدن یک اسپ دو برابر دیگر است و یا در یک مسابقه فوتبال می‌توان احتمال برد یک دسته به دسته دیگر مثل (۱۰) است به (۷). شک نیست که سوارکاران و ورزشکاران راجع به اسپها و نیرومندی نسبی دو دسته در بازی فوتبال اطلاع کافی دارند ولی ارزش برآوردهای عددی تنها نشان دادن آن است که انسان میل دارد برای احتمالهایی که نمی‌تواند آنها را با عدد نمایش دهد، میل دارد می‌توان این گفته لاپگاس را به حقیقت بسیار نزدیک دانست.

اساس تیوری احتمال همان عقل سلیم است که به صورت محاسبه درآمده است. از گفته‌های برنولی (یکی از بنیان‌گذاران تیوری احتمال) می‌توان این مقیاس را برای تساوی دو احتمال استنباط کرد.

دو حادثه تصادفی را که با رعایت کلیه جوانب نتوان برای وقوع یکی از آنها نسبت به دیگری امتیاز قایل شد متساوی‌الاحتمال می‌گویند.